МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

Кафедра комп’ютерної інженерії та електроніки

ЗВІТ ПРО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ

з навчальної дисципліни

«Елементи комбінаторики. Класичне визначення ймовірності. Застосування комбінаторики для розрахунку ймовірностей»

Тема «**Закони розподілу функцій випадкових величин. Композиція законів розподілу. Розподіл екстремальних значень**

»

Студент гр. КН-23-1 ПІБ Іщенко Є.В.

Викладач ПІБ Сидоренко В.М.

Кременчук 2024

**Практичне завдання 6**

**Мета:** набути практичних навичок розв’язання задач з обчислення функцій від випадкових величин, їх законів розподілу та числових характеристик.

**Задачі для самостійного розв’язання**

Виконати індивідуальне завдання. Завдання полягає у розв’язанні п’яти задач, які потрібно вибрати зі списку, наведеного нижче. Правило вибору номерів таке: , де – номер студента у списку групи. У разі, якщо було досягнуто кінця списку задач, потрібно циклічно повернутися до його початку.

**Варіант: 8**

**Завдання 8:**

Знайти закон розподілу . ,.

**Розв’язання:**

Знаходження математичного сподівання Z

Знаходження дисперсії Z

Отже, закон розподілу

**Завдання 9:**

Знайти закон розподілу . , .

**Розв’язання:**

Щоб знайти закон розподілу Z = X + Y , де і , скористаємося властивостями сум незалежних випадкових величин.

1. Щільність розподілу X :

2. Щільність розподілу Y :

Зображення, що містить Шрифт, текст, почерк, каліграфія

Вміст, створений ШІ, може бути неправильним.

3. Щільність розподілу Z = X + Y :

Оскільки має ненульові значення тільки на відрізку [a, b], інтеграл можна обмежити цим відрізком:

4. Підставимо :

5. Винесемо константи за інтеграл:

Зображення, що містить текст, Шрифт, почерк, ряд

Вміст, створений ШІ, може бути неправильним.

Цей інтеграл не має аналітичного розв'язку в загальному випадку, тому його можна обчислити чисельно або залишити в такому вигляді.

Таким чином, щільність розподілу Z = X + Y визначається як:

Зображення, що містить текст, Шрифт, ряд, схема

Вміст, створений ШІ, може бути неправильним.

**Завдання 10:**

Знайти закон розподілу . , .

**Розв’язання:**

Щоб знайти закон розподілу суми двох незалежних випадкових величин Z = X + Y , де X і Y мають рівномірний розподіл на інтервалі [a, b], скористаємося згорткою їхніх функцій щільності.

1. Функція щільності рівномірного розподілу X і Y на інтервалі [a, b]:

Зображення, що містить текст, Шрифт, почерк, ряд

Вміст, створений ШІ, може бути неправильним.

2. Функція щільності $ Z = X + Y $ визначається як згортка :

3. Оскільки ненульові тільки на інтервалі [a, b], межі інтеграції змінюються відповідно до значень z :

4. Розглянемо випадки для z :

- Для :

5. Обчислимо інтеграл для кожного випадку:

- Для

- Для :

6. Отже, функція щільності розподілу Z має вигляд:

Зображення, що містить текст, Шрифт, почерк, схема

Вміст, створений ШІ, може бути неправильним.

Таким чином, закон розподілу Z = X + Y є трикутним розподілом з параметрами 2a і 2b .

**Завдання 11:**

Знайти закон розподілу . , .

**Розв’язання:**

Щоб знайти закон розподілу Z = X + Y де та скористаємося методом згортки.

Знайдемо щільність розподілу Х

Зображення, що містить Шрифт, текст, білий, почерк

Вміст, створений ШІ, може бути неправильним.

Знайдемо щільність розподілу Y

Зображення, що містить Шрифт, текст, почерк, білий

Вміст, створений ШІ, може бути неправильним.

Знайдемо щільність розподілу Z = X + Y за допомогою згортки

Обчислимо інтеграл для різних діапазонів z

Для

- Для

Для

Об'єднаємо результати

Зображення, що містить текст, почерк, Шрифт, схема

Вміст, створений ШІ, може бути неправильним.

**Завдання 12:**

Знайти закон розподілу . , .

.

**Розв’язання:**

Щільність розподілу для експоненційного розподілу задається як

Щільність розподілу суми Z=X+Y можна знайти за формулою згортки:

Оскільки X і Y невід'ємні, інтегрування відбувається від 0 до z

Розглянемо два випадки:

Якщо

Якщо 